



$i$  – índice de mês, com origem em zero no instante da avaliação;

$x$  – idade do segurado, em meses, no instante da avaliação;

$p$  – índice do segurado do RPPS;

$m$  – número de meses faltantes, na data da avaliação, para o segurado completar os requisitos para se aposentar, de acordo com as regras descritas na lei do Ente Federativo;

$k$  – índice do mês para estimada ocorrência futura de invalidez com origem em zero na data da avaliação;

$z_g$  – idade inalcançável de acordo com a tábua grupal do segurado  $p$ ;

$l_x^{(aa)}$  – número de sobreviventes na idade  $x$ , da tábua bidecremental;

$l_x^{(mi)}$  – número de sobreviventes na idade  $x$ , da tábua de mortalidade de inválidos;

$q_x^{(i)}$  – probabilidade de morte, entre as idades  $x$  e  $x+1$ , consoante a Tábua de Mortalidade de Inválidos; e

$q_x^{(im)}$  – probabilidade de entrada em invalidez na presença da morte, entre as idades  $x$  e  $x+1$ , consoante a Tábua Bidecremental por morte e invalidez adotada.

*5.3.2.8. Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Pensão – Quando o servidor aposentado por idade, idade e tempo de contribuição, compulsoriamente ou invalidez vier a falecer.*



$$VPA(PensaoAposentado) = \sum_{k=1}^{w-x-1} \left( q_{x+k-1} \frac{l_{x+k-1}}{l_x} \frac{1}{D_o^{(g)}} \sum_{i=k}^{Z_g} (Pen_i D_i^{(g)}) \right)$$

Onde:

$Pen_i$  – valor mensal da pensão, no mês  $i$ ; em consonância com a legislação que versa sobre as regras para os cálculos do valor dos proventos de pensão por morte de servidor aposentado;

$D_i^{(g)}$  – número de comutação da tábua grupal do respectivo servidor;

$Z_g$  – idade inalcançável de acordo com a tábua grupal do segurado  $p$ ;

$i$  – índice de mês, com origem em zero no instante da avaliação;

$x$  – idade do segurado, em meses, no instante da avaliação;

$p$  – índice do segurado do RPPS;

$q_x^{(i)}$  – probabilidade de morte, entre as idades  $x$  e  $x+1$ , consoante a Tábua de Mortalidade de Válidos;

$w$  – idade inalcançável de acordo com a tábua

$k$  – índice do mês para estimada ocorrência futura de invalidez com origem em zero na data da avaliação; e

$l_x$  – número de sobreviventes na idade  $x$ , da tábua de sobrevivência de válidos.

#### 5.3.2.9. Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Salário-Família

24

##### ARIMA: Conceito Inovador em Consultoria Atuarial e Gestão de Risco

Avenida Washington Soares, 1400 - Salas 508 e 509 (Edson Queiroz) Fortaleza/CE  
Tel.: (85) 3274.8063 // (85) 9921-0838 Fax.: (85) 3067-4076  
[www.arimaconsultoria.com.br](http://www.arimaconsultoria.com.br) // [arima@arimaconsultoria.com.br](mailto:arima@arimaconsultoria.com.br)



Actuary, Risk and  
Insurance Management



$$VPA(\text{SalarioFamilia})_p = \sum_{n=1}^{m-1} \left( \frac{l_x^{(aa)}}{l_x^{(aa)}} \sum_{j=1}^f \left[ \frac{1}{D_{x_j}} SF_n D_{(x+n)_j} \right] \right)$$

Onde,

$SF_i$  – valor mensal salário-família, no mês  $i$ ; em consonância com a legislação que versa sobre as regras para os cálculos do valor dos proventos salário-família para os dependentes do servidor público;

$l_x^{(aa)}$  – número de sobreviventes na idade  $x$ , da tábua bidecremental;

$x$  – idade do segurado, em meses, no instante da avaliação;

$p$  – índice do segurado do RPPS;

$m$  – número de meses faltantes, na data da avaliação, para o segurado completar os requisitos para se aposentar, de acordo com as regras descritas na lei do Ente Federativo;

$n$  – índice de mês para estimada ocorrência futura da morte do segurado, com zero na data da avaliação;

$x_j$  – idade do dependente  $j$  na avaliação; e

$f$  – número de dependentes de até quatorze anos, ou inválidos, do servidor.

#### 5.3.2.10. Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Salário-Maternidade, Auxílio-Reclusão e Auxílio-Doença



O Salário-Maternidade, Auxílio-Reclusão e Auxílio-Doença são concedidos de acordo com as regras estipuladas nos regulamentos do RPPS. Os valores presentes atuariais desses auxílios foram calculados para serem equivalentes aos valores presentes atuariais dos prêmios mensais futuros referentes a esses benefícios. Esses prêmios mensais foram calculados por simulação probabilística, pelo uso do *Método de Monte Carlo*.

O modelo de simulação probabilística utilizado para cálculos os prêmios simula, um grande número de vezes, o desdobramento de cada um desses eventos. Anota-se dentro de cada corrida de simulação a duração de cada evento, que representa ônus para o RPPS, calculando-se em seguida os valores históricos a serem pagos ao final de cada corrida de cada evento estudado. A freqüência de cada evento é representada por um processo de *Poisson* e a severidade é dada pela regra de cálculo do respectivo benefício na legislação do Ente Federativo, observando-se as estatísticas disponíveis junto ao RPPS ou ao RGPS, conforme disposto na Portaria MPS n.º 403/08.

Dessa forma cada um desses auxílios foi realizado com a seguinte expressão:

$$VPA(AuxAtivo) = \frac{1}{D_x^{(aa)}} \sum_{i=1}^{a-1} (Auxilio.D_{x+i}^{(aa)})$$

Onde,

$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade x da tábua bidecremental; e

*Auxílio* – valor do premio mensal referente ao auxílio respectivo, calculado por simulação probabilística.

#### 5.3.2.11. Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder

26

##### **ARIMA: Conceito Inovador em Consultoria Atuarial e Gestão de Risco**

Avenida Washington Soares, 1400 - Salas 508 e 509 (Edson Queiroz) Fortaleza/CE  
Tel.: (85) 3274.8063 // (85) 9921-0838 Fax.: (85) 3067-4076  
[www.arimaconsultoria.com.br](http://www.arimaconsultoria.com.br) // [arima@arimaconsultoria.com.br](mailto:arima@arimaconsultoria.com.br)



Actuary, Risk and  
Insurance Management



O Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder, referente a todos os segurados do Regime Próprio de Previdência Social, é calculado por:

$$\begin{aligned} VPA(BenACconc) = & \sum_{p=1}^{np} (VPA(AposIdade) + VPA(AposIdadeCont) + VPA(AposCompulsoria) \\ & VPA(AposInvalidez) + \sum_1^3 VPA(PensaoAtivo)_p + VPA(PensaoAposentado) \\ & + VPA(SalarioFamilia) + VPA(AuxAtivo)) \end{aligned}$$

Onde,

$3$  – número de tipo de pensões decorrentes de um segurado ativo; e

$np$  – número total de segurados do RPPS, embora algumas parcelas sejam nulas para determinado participante p.

#### **5.4. Expressão de cálculo do Valor Atual das Contribuições Futuras do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)**

##### *5.4.1. Valor Presente Atuarial das Contribuições Futuras do Ente Federativo (Benefícios a Conceder)*

$$VPA(CNEnte)_p = \frac{1}{D_x^{(aa)}} \sum_{i=1}^{m-1} Aliquota * S_i * D_{x+i}^{(aa)}$$

Onde,

*Aliquota* - é contribuição social do Ente Federativo para a manutenção do respectivo RPPS;

$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade x da tábua bidecremental; e



$S_i$  – salário base de contribuição do servidor  $p$ , referente ao mês  $i$ .

#### 5.4.2. Valor Presente Atuarial das Contribuições Futuras do Ente Federativo (Benefícios Concedidos)

$$VPA(CNInativoEnte)_p = \frac{1}{D_x^{(aa)}} \sum_{i=1}^{m-1} Aliquota * (S_i - TetoINSS) * D_{x+i}^{(aa)}$$

Onde,

*Aliquota* – é a contribuição social do Ente Federativo para a manutenção do respectivo RPPS;

$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade  $x$  da tábua bidecremental;

$S_i$  – salário base de contribuição do servidor  $p$ , referente ao mês  $i$ ; e

*TetoINSS* – valor do teto dos benefícios de aposentadoria concedidos pelo RGPS.

#### 5.5. Expressão de cálculo do Valor Atual das Contribuições Futuras do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)

##### 5.5.1. Valor Presente Atuarial das Contribuições Futuras do Ativo (Benefícios a Conceder)

$$VPA(CNSegurado)_p = \frac{1}{D_x^{(aa)}} \sum_{i=1}^{m-1} Aliquota * S_i * D_{x+i}^{(aa)}$$

Onde,



*Aliquota* – é contribuição social do servidor público titular de cargo efetivo para a manutenção do respectivo RPPS;

$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade x da tábua bidecremental; e

$S_i$  – salário base de contribuição do servidor  $p$ , referente ao mês  $i$ .

#### 5.5.2. Valor Presente Atuarial das Contribuições Futuras do Inativo (Benefícios Concedidos)

$$VPA(CNIativo)_p = \frac{1}{D_x^{(aa)}} \sum_{i=1}^{m-1} Aliquota * (S_i - TetoINSS) * D_{x+i}^{(aa)}$$

Onde,

*Aliquota* – é a contribuição social do inativo, seja aposentado ou pensionista, para a manutenção do respectivo RPPS;

$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade x da tábua bidecremental;

$S_i$  – salário base de contribuição do servidor  $p$ , referente ao mês  $i$ ; e

*TetoINSS* – valor do teto dos benefícios de aposentadoria concedidos pelo RGPS.

#### 5.6. Expressão de cálculo do Valor Atual dos Salários Futuros

$$VPA(Sal)_p = \sum_{i=1}^{m-1} S_i * \frac{D_{x+i}^{(aa)}}{D_x^{(aa)}}$$

Onde,



$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade  $x$  da tábua bidecremental;

$S_i$  – salário base de contribuição do servidor  $p$ , referente ao mês  $i$ ;

$i$  – índice de mês, com origem em zero no instante da avaliação; e

$m$  – número de meses faltantes, na data da avaliação, para o segurado completar os requisitos para se aposentar.

## 5.7. Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder e Concedidos

### 5.7.1. Reserva Matemática

$$\text{ResMat} = \text{VPA(BenCon)} + \text{VPA(BenAConc)} - \text{VPA(CN)} + \text{VPA(DA)} \\ - \text{VPA(CompFinanc)}$$

Onde,

ResMat – Reserva Matemática de Benefícios a Conceder e Concedidos;

VPA(BenConc) – Valor Presente Atuarial dos Benefícios Concedidos;

VPA(BenAConc) – Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder;

VPA(CN) – Valor Presente Atuarial das Contribuições Normais;

VPA(DA) – Valor Presente Atuarial das Despesas Administrativas; e

VPA(CompFinanc) – Valor Presente Atuarial da Compensação Financeira.

### 5.7.2. Reserva Matemática a Amortizar



A Reserva Matemática a Amortizar corresponde à porção da Reserva Matemática não equacionada por:

- a) Haveres disponíveis para cobertura dos benefícios previdenciários;
- b) Contribuições normais futuras dos segurados e do Ente Federativo, a ser amortizada por contribuições suplementares segundo um esquema determinístico a definir.

A Reserva a Amortizar corresponde, pois, também, ao valor presente atuarial das contribuições suplementares a cargo do município, agregado por segurado. Este valor é calculado de acordo com o esquema de amortização adotado para o pagamento de compromissos especiais referentes ao Passivo Atuarial Inicial – PAI ou a déficits atuariais gerados posteriormente à instituição do RPPS. A forma de pagamento da Reserva Matemática a Amortizar está detalhada na Avaliação Atuarial.

#### 5.7.3. Resultado Atuarial

$$\text{ResAtuarial} = \text{Ativo} + \text{ResMatAmort} - \text{ResMat}$$

Onde,

Ativo – Haveres disponíveis na Entidade para cobertura das Reservas Matemáticas;

ResMat – Reserva Matemática de Benefícios a Conceder e Concedidos; e

ResMatAmort – é a Reserva Matemática a Amortizar.

O Resultado Atuarial é passível de três possíveis predicados, condicionados aos respectivos conjuntos de valores que pode assumir, a saber:



- a) Se positivo, o Resultado Atuarial indica superávit;
- b) Se negativo, o Resultado Atuarial indica déficit; e
- c) Se nulo, o Resultado Atuarial indica equilíbrio.

### **5.8. Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas**

O método Agregado adotado reúne todos os segurados e benefícios num único cálculo de custeio devendo seu custo normal ser refeito periodicamente para rever as modificações ocorridas.

A forma de apuração do custo normal segue os procedimentos abaixo explicitados:

- a) Admite-se que as progressões salariais e os consequentes níveis de benefícios, líquidos das contribuições de segurados assistidos, caso existam, continuarão inalteradas;
- b) Congela-se eventual déficit atuarial corrente;
- c) Entende-se por “normal” aquela contribuição sobre remunerações de participação futuras que assegura o equilíbrio do cenário prospectivo parcial do plano composto apenas: i) Pelos segurados ativos existentes na data da avaliação; e ii) Pelos encargos futuros nascidos do serviço futuro desses segurados.
- d) Calculam-se, para o cenário descrito acima, o valor presente atuarial:
  - i) das remunerações de participação projetadas para o futuro; e ii) dos incrementos *pro rata temporis* dos benefícios normativos decorrentes apenas desse tempo futuro.
- e) Apura-se, por fim, a taxa de custeio normal, dividindo-se a soma dos valores presentes dos incrementos dos benefícios do plano pelo valor



presente das remunerações de participação projetadas, essa taxa expressa o custo normal agregado para a fundação dos créditos futuros.

#### 5.8.1. *Valor Presente Atuarial dos Incrementos da Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Idade*

$$VPA(incrAposIdadeCont)_p = VPA(AposIdadeCont)_p \frac{a}{(a + tp)}$$

Onde,

$VPA(AposIdadeCont)$  - Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Idade;

$a$  – Tempo faltante para aposentadoria programada, em meses; e

$tp$  – Tempo de previdência na avaliação do segurado  $p$ .

#### 5.8.2. *Valor Presente Atuarial dos Incrementos da Aposentadoria por Idade*

$$VPA(incrAposIdade)_p = VPA(AposIdade)_p \frac{a}{(a + tp)}$$

Onde,

$VPA(AposIdade)$  – Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Aposentadoria por Idade;

$a$  – Tempo faltante para aposentadoria programada, em meses; e

$tp$  – Tempo de previdência na avaliação do segurado  $p$ .



### 5.8.3. Valor Presente Atuarial dos Incrementos da Aposentadoria Compulsória

$$VPA(\text{IncrAposCompulsoria})_p = VPA(\text{AposCompulsoria})_p \frac{a}{(a + tp)}$$

Onde,

$VPA(\text{AposCompulsoria})$  - Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder de Aposentadoria Compulsória;

$a$  – Tempo faltante para aposentadoria programada, em meses; e

$tp$  – Tempo de previdência na avaliação do segurado  $p$ .

### 5.8.4. Valor Presente Atuarial dos Incrementos da Aposentadoria por Invalidez

$$VPA(\text{IncrAposInvalidez})_p = VPA(\text{AposInvalidez})_p - \sum_{k=1}^{m-1} \left[ q_x^{(im)} \frac{D_{x+k}^{(aa)}}{D_x^{(aa)}} \frac{(k + tp)}{(a + tp)} \left( \frac{1}{D_{x+k}^{(i)}} \sum_{i=k}^{w-x-1} APIV_i D_{x+i}^{(i)} \right) \right]$$

Onde,

$VPA(\text{AposInvalidez})$  – Valor Presente Atuarial dos Benefícios a Conceder da Aposentadoria por Invalidez;

$APIV_i$  – valor mensal da aposentadoria por invalidez, no mês  $i$ ; em consonância com a legislação que versa sobre as regras para os cálculos do valor dos proventos de aposentadoria por invalidez;

$q_x^{(im)}$  – probabilidade de entrada em invalidez na presença da morte, entre as idade  $x$  e  $x+1$ , consoante a Tábua Bidecremental por morte e invalidez adotada;



$D_x^{(aa)}$  – número de comutação para a idade x da tábua bidecremental;

$D_x^{(i)}$  – número de comutação para a idade x da tábua de entrada em invalidez;

$i$  – índice de mês, com origem em zero no instante da avaliação;

$x$  – idade do segurado, em meses, no instante da avaliação;

$p$  – índice do segurado do RPPS;

$w$  – idade inalcançável de acordo com a tábua de entrada em invalidez;

$m$  – número de meses faltantes, na data da avaliação, para o segurado completar os requisitos para se aposentar, de acordo com as regras descritas na lei do Ente Federativo;

$k$  – índice do mês para estimada ocorrência futura de invalidez com origem em zero na data da avaliação;

$a$  – Tempo faltante para aposentadoria programada, em meses; e

$tp$  – Tempo de previdência na avaliação do segurado  $p$ .

*5.8.5. Valor Presente Atuarial dos Incrementos dos Benefícios de Pensão – Quando o segurado ativo vier a se aposentar por idade, idade e tempo de contribuição ou compulsoriamente e vier a falecer.*

$$VPA(\text{IncrPensaoAposentado})_p = VPA(\text{PensaoAposentado})_p \frac{a}{(a+tp)}$$

Onde,